منطق و کاربرد تحلیل همبستگی کانونی درپژوهش‌های اجتماعی

علی یوسفی (دانشیار جامعه‌شناسی دانشگاه فردوسی مشهد، نویسندهٔ مسؤول)
yousofi@um.ac.ir
عاطفه باقریان (کارشناس ارشد پژوهش علوم اجتماعی دانشگاه فردوسی مشهد)
f.bagheriyan85@gmail.com
مینا شجاعی (کارشناس ارشد پژوهش علوم اجتماعی دانشگاه فردوسی مشهد)
shojaeemina@hotmail.com

چکیده

از آن‌جایی که در تحقیقات اجتماعی غالباً تمایل داریم اثر هم‌زمان چندمتغیر مستقل را بر چند متغیر وابسته بسنجیم و یا این‌که مفاهیم مورد بررسی، به طور معمول سازه‌هایی هستند که خود دارای چندین بعد هستند و از طرفی اعتبار استنباط آماری تکنیک‌های رایج چندمتغیره در چنین مواردی محل تردید است، استفاده از تکنیک تحلیل همبستگی کانونی، اجتناب ناپذیرمی‌شود. هدف نوشتار حاضر نیز اثبات ضرورت استفاده از این تکنیک در وضعیت‌هایی است که محقق درصدد بررسی روابط میان دو مجموعه از متغیرهاست و دیگر تکنیک‌های چندمتغیره پاسخگو نیستند؛ لذا ضمن معرفی منطق و کاربرد تکنیک تحلیل همبستگی کانونی با ارایهٔ یک مثال روشن کاربردی با استفاده از نرم‌افزار SPSS و تفسیر خروجی‌های مربوط، سعی در نشان‌دادن نقاط قوت این تکنیک داشته است و همزمان، محدودیت‌ها و الزامات استفاده از این تکنیک در تحقیقات کمّی اجتماعی را گوشزد می‌کند. درعین‌حال همانند دیگر روش‌های آماری چند-متغیره، نتایج تحلیل همبستگی کانونی نیز باید در معرض روش‌های اعتبارسنجی برای کسب اطمینان از نتایج، گذاشته شود که در این نوشتار به آن‌ها اشاره شده است.

کلیدواژه‌ها: تحلیل همبستگی کانونی، ضریب همبستگی کانونی، متغیر کانونی، تابع کانونی، ریشهٔ کانونی.

۱. مقدمه

مفاهیم مورد بررسی در علوم انسانی و به‌خصوص در علوم اجتماعی اغلب سازه‌های پیچیده و چندبعدی بوده‌اند و در هنگام تحلیل، هر یک از این ابعاد، خود متغیری مجزا محسوب می‌شوند. از

مجلهٔ علوم اجتماعی دانشکدهٔ ادبیات و علوم انسانی دانشگاه فردوسی مشهد، پاییز و زمستان ۱۳۹۳، صص ۲۰۷- ۲۳۳
تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۱۷ تاریخ تصویب: ۱۳۹۳/۱/۲۰

سوی دیگر، همان‌گونه که در این علوم، به‌ندرت نظریات تبیینی تک‌علتی مطرح شده است، کمتر با نظریاتی مواجه می‌شویم که علت‌های متعدد، موجد تنها یک اثر واحد شده باشند و یا این‌که متغیر وابسته مورد مطالعه، تنها یک بعد داشته باشد؛ بنابراین محققان اغلب در موقعیت‌هایی قرار می‌گیرند که درواقع با چندین متغیر مستقل از سویی و چندین متغیر وابسته از سوی دیگر مواجه‌اند. تکنیک-های چندمتغیرهٔ رایج، در تحلیل داده‌هایی با ساختار مذکور، دچار نارسایی‌های عمده‌ای هستند (تک، ۱۹۹٦؛ گارسن، ۲۰۰۸؛ اندرسون، ۲۰۰۳). تحلیل رگرسیون چندگانه، قادر به پیش‌بینی مقدار یک متغیر وابستهٔ واحد، توسط یک تابع خطی است که از مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل حاصل شده‌است، در حالی‌که در بسیاری از موقعیت‌ها محقق، خواستار پیش‌بینی هم‌زمان چندین متغیر وابسته، توسط مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل است. تحلیل همبستگی کانونی[1] که از مدل‌های آماری چندمتغیره است، تحقق این هدف را ممکن می‌کند (گرین، ۱۹۷۸). همبستگی کانونی، برخلاف سایر روش‌ها که به بررسی متغیرها به صورت جدا از هم می‌پردازند، می‌تواند روابط بین چند مجموعه از متغیرها را نشان داده و بررسی کند؛ علاوه‌براین، اگر بین مجموع متغیرها دو یا سه رابطه وجود داشته باشد، تکنیک همبستگی کانونی قادر به تشخیص و نشان‌دادن آن‌ها است؛ بنابراین تحلیل همبستگی کانونی این قابلیت را دارد که از لحاظ فنی، داده‌هایی متشکل از چندین مجموعهٔ متغیر را تحلیل کند، این امر از لحاظ نظری نیز اثبات می‌شود (شری، ۲۰۰۵: ۳۷). به طور کلی وقتی تکنیک‌های سطوح پیشین، کارایی خود را از دست می‌دهند، همبستگی کانونی به‌عنوان آخرین تلاش محققان برای تحلیل داده‌ها و به‌عنوان مناسب‌ترین و قدرتمندترین تکنیک گسترش‌یافتهٔ تحلیل‌های چندگانه، مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکتهٔ قابل توجه این است که در این تکنیک امکان ورود داده‌های غیرکمی نیز وجود دارد (هایر و دیگران، ۱۹۹۸: ۱).

برای اثبات ضرورت استفاده از تکنیک همبستگی کانونی، لازم است چند نوع مختلف از داده-هایی را که در یک پژوهش ممکن است به‌دست آید و نیز تکنیک آماری چندگانهٔ متناسب برای تحلیل هر یک از این انواع، مورد توجه قرارگیرد. احتمالاً رایج‌ترین شرایط وقتی است که در آن پژوهشگر تعداد کمی متغیر برای تحلیل در دست داشته باشد. در این موقعیت، پژوهشگر برای هر

1. Canonical Correlation analysis

بخش تحلیل دارای یک متغیر وابسته (که قصد دارد آن را تبیین کند) و تعداد محدودی متغیرهای مستقل است. شاید بهترین روش در این‌جا رگرسیون چندمتغیری باشد؛ اما وقتی تعداد متغیرها در مجموعهٔ داده‌هایی که باید در معادله (یا معادلات) رگرسیون منظور شود افزایش یابد، این روش یک ابزار پژوهشی پردردسر می‌شود. در نهایت، به نقطه‌ای می‌رسیم که تفسیر بامعنای یافته‌ها در رگرسیون ناممکن می‌شود، مگر آن‌که از برخی فنون کاهش داده‌ها[1] استفاده کنیم. تحلیل عاملی احتمالاً عمومی‌ترین وسیلهٔ حصول این هدف است، هرچند از طریق آن با کاربرد عامل‌ها به جای متغیرها، می‌توان به صرفه‌جویی قابل توجهی دست یافت؛ اما روش تحلیل عاملی نیز از لحاظ نظری دارای یک نقص جدی است. تحلیل عاملی برخلاف رگرسیون، بین متغیرهای وابسته و مستقل تمایزی قایل نمی‌شود؛ یعنی بین متغیرهای تبیین‌کننده و تبیین‌شونده تفاوتی نمی‌گذارد. درحقیقت در تحلیل عاملی اگر همهٔ متغیرها وارد شوند، این احتمال خیلی زیاد است که متغیرهای مستقل و وابسته مخلوط شوند؛ زیرا متغیرهایی که با یکدیگر همبستگی نسبی قوی دارند، در یک عامل دارای بارهای عاملی قوی خواهند بود. در این‌گونه موارد، پژوهشگر می‌تواند برای حل این تناقض، چنان‌چه زمینه‌های نظری کافی در دست داشته باشد، نخست مجموعهٔ داده‌ها را به متغیرهای مستقل و وابسته تقسیم و سپس هر بخش را جداگانه تحلیل عاملی کند؛ اما این استراتژی پژوهشی علاوه بر ملاحظات نظری، دارای دو جنبهٔ مهم است که باید به آن توجه شود. نخست اگر بیش از یک عامل وجود داشته باشد که باید وابسته در نظرگرفته شود، کاربرد رگرسیون مسأله‌ساز می‌شود. دومین ملاحظه در این روش، به ماهیت خود تحلیل عاملی مربوط می‌شود. تحلیل عاملی، عامل‌ها را بر اساس همبستگی‌های درونی بین متغیرهایی که در دسترس آن است، برمی‌گزیند و تلاش می‌کند که واریانس تبیین‌شده در آن‌ها را بیشینه سازد؛ بنابراین، عامل‌هایی که استخراج می‌شوند به احتمال زیاد متغیرهای مرکبی نیست که بهترین تبیین را برای مجموعه متغیرهای وابسته فراهم کند. این مطلب ممکن است قابل قبول باشد، مشروط بر آن‌که پژوهشگر بخواهد عامل‌های متغیر مستقل و وابسته را مستقل از یکدیگر برگزیند؛ اما اگر هدف کلی پژوهش، تبیین هرچه بیشتر مجموعه متغیرهای وابسته از روی متغیرهای مستقل تا حد ممکن باشد، استراتژی پژوهش برای چنین مقصودی طرح‌ریزی نشده است. این یک عمل بسیار مؤثر تحلیل

1. Data reduction

همبستگی کانونی است. تحلیل همبستگی کانونی به‌عنوان درون‌داد اساسی خود با دو مجموعه متغیر که به هر یک از آن‌ها می‌توان یک معنای نظری داد، سروکار دارد. استراتژی اساسی آن عبارت است از استنتاج یک ترکیب خطی از مجموعه‌هایی از متغیرها به گونه‌ای که همبستگی بین دو ترکیب خطی بیشینه شود (هومن، ۱۳۸۰: ۲٤۷).

آن‌چه اهمیت استفاده از تکنیک همبستگی کانونی در تحقیقات علوم اجتماعی را نشان می‌دهد، این واقعیت است که محققان در این علوم با مفاهیمی سروکار دارند که بسیط نبوده و برعکس از ابعاد متعددی ساخته شده‌اند؛ به عبارت دیگر، محققان در هر دسته از متغیرهای مستقل و وابسته با چندین سازه مواجه هستند، به گونه‌ای که حتی اگر تنها یک متغیر وابسته در مدل تحلیلی وجود داشته باشد، با لحاظ‌کردن هر یک از ابعاد این متغیر به‌عنوان یک متغیر مجزا، در واقع چند متغیر وابسته در مدل تحلیلی وجود خواهد داشت؛ بنابراین استفاده از تکنیک همبستگی کانونی در تحقیقات اجتماعی علاوه بر کاهش خطای نوع اول[1] که ناشی از استفاده از چند رگرسیون ساده خواهد بود، می‌تواند برآورد دقیقی از مجموعهٔ روابط درونی دو دسته متغیرهای مستقل و وابسته ارایه دهد.

براین اساس هدف نوشتار حاضر معرفی منطق و کاربرد این تکنیک در تحقیق اجتماعی در قالب مثال‌های روشن با استفاده از نرم افزار SPSS و تفسیرخروجی‌های مربوط و درنهایت معرفی محدودیت‌ها و الزامات استفاده از این تکنیک در تحقیقات کمّی اجتماعی است.

۲. مبانی نظری

۲. ۱. تعریف تحلیل همبستگی کانونی

تحلیل همبستگی کانونی یکی از اعضای خانواده تکنیک‌های آماری خطی چندمتغیره است که در حدود۷۰ سال پیش توسط اچ. هتلینگ (۱۹۳٦–۱۹۳۵) توسعه‌یافته است (شری، ۲۰۰۵: ۳۸). تحلیل همبستگی کانونی متضمن افرازکردن[2] مجموعه متغیرها، به دو مجموعه است. مجموعهٔ X و

۱. این خطا هنگامی رخ می‌دهد که محقق به اشتباه فرض صفر را رد کند. شایان ذکر است که هرچه تعداد آزمون‌های مورد استفاده بیشتر باشد، احتمال رخداد این نوع خطا بیشتر خواهد شد.

۲. افراز یک مجموعه؛ یعنی تبدیل یک مجموعه به زیرمجموعه‌هایش به طوری‌که اشتراک زیرمجموعه‌ها با هم، مجموعه تهی باشد و اجتماع آن‌ها برابر مجموعه افراز شده باشد.

مجموعهٔ Y ؛ بنابراین هدف، به‌دست‌آوردن ترکیب‌های خطی $U = ax$ و $V= by$ است به قسمی که U و V دارای بزرگترین همبستگی ممکن باشند. چنین ترکیب‌های خطی می‌توانند اطلاعاتی درباره بستگی‌های بین دو مجموعه از متغیرها به دست دهند (جانسون و ویچرن، ۱۳۷۹: ۳۲۰).

تحلیل همبستگی کانونی دارای بعضی خاصیت بیشینه‌گی[۱] مشابه با خاصیت‌های تحلیل مؤلفهٔ اصلی است؛ اما درحالی‌که تحلیل مولفهٔ اصلی بستگی‌های درونی بین مجموعه‌ای از متغیرها را در نظر می‌گیرد، تمرکز همبستگی کانونی بر همبستگی بین دو گروه از متغیرهاست (جانسون و ویچرن، ۱۳۷۹: ۳۲۰). تحلیل همبستگی کانونی در واقع یک مدل آماری چندمتغیره است که مطالعهٔ ارتباطات داخلی بین دو مجموعه از متغیرها را ممکن می‌کند. یک مجموعه از متغیرها را تحت عنوان متغیرهای مستقل و بقیه را تحت عنوان متغیرهای وابسته در نظر می‌گیرند. برای هریک از دو مجموعه، متغیرکانونی[۲] مربوط ساخته می‌شود. تفاوت همبستگی کانونی با رگرسیون چندمرحله‌ای، این است که در همبستگی کانونی مجموعه‌ای ازمتغیرهای وابسته وجود دارند، درحالی‌که در رگرسیون چندمرحله‌ای تنها یک متغیر وابسته وجود دارد (لیچ، بارت و مورگان، ۲۰۰۵).

تحلیل همبستگی کانونی مستلزم انجام عملیات **کانونی**[۳] مختلف است و موجب می‌شود تا ضریب همبستگی کانونی بین دو متغیر به حداکثر میزان خود برسد (گارسون، ۲۰۰۸). این تکنیک را می‌توان از لحاظ مفهومی به عنوان روش گام‌به‌گام در نظر گرفت که در گام نخست دو بعد (یک بعد از هر مجموعه) که رابطهٔ قوی‌تری در مقایسه با سایر زوج‌ها داشته باشد، انتخاب می‌شود. درگام بعدی زوج دیگری از ابعاد، که دارای قوی‌ترین همبستگی با هم باشد، انتخاب می‌شوند و همین‌طور تا آخر. بیشترین تعداد زوج ابعاد که توسط این روش مشخص می‌شود، با تعداد متغیرهای مجموعهٔ کوچک‌تر برابر است.

رگرسیون چندگانه فقط زمانی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد که یک متغیر وابسته برای تبیین وجود داشته باشد. وقتی تعداد متغیرهای وابسته بیشتر از یکی باشد، تحلیل واریانس چندمتغیره

---

۱. خاصیت بیشینه‌گی(ماکسیمال) به این معناست که در این تکنیک توابع کانونی با بیشترین مقدار واریانس مشترک از دو دسته متغیرهای مستقل و وابسته استخراج می‌شوند.

2. Canonical Variable
3.Canonical operation

می‌تواند راه‌گشا باشد؛ ولی فقط زمانی که متغیرهای مستقل غیرکمّی باشند، این در حالی است کـه تنهـا روشی که این محدودیت‌ها را ندارد، تکنیک همبستگی کانونی است (هایر و دیگران، ۱۹۹۸: ۱).

همچنین این روش به تکنیک تحلیل تمـایز[1] نیـز شـباهت دارد و هماننـد تحلیـل تمـایز قـادر بـه استخراج توابع تفکیکی برای ابعاد هر دسته از متغیرهاست، با این تفاوت که در ایـن‌جـا، ابعـاد طـوری استخراج می‌شوند که حداکثر همبستگی را با متغیرهـای دسـتهٔ دیگـر داشـته باشـند (هـایر و دیگـران، ۱۹۹۸: ٤). بنابراین همبستگی کانونی، توابع خطی یا ابعـاد مطلـوب از هـر مجموعـه متغیـر را طـوری شناسایی می‌کند که حداکثر ارتباط بین دو تابع خطی (مستقل و وابسته) وجـود داشـته باشـد. یکـی از خصوصیات متمایز همبستگی کانونی این است که باعث پیدایش و شکل‌گیری عملیات کـانونی چنـد-مرحله‌ای می‌شود. هر عمل کانونی مستقل از عملیات کانونی دیگر انجام می‌گیرد که این خـود گویـای وجود ارتباطات مختلف بین مجموعه‌هـای متغیرهـای مـستقل و وابـسته اسـت و در کـل جنبـه‌هـای مختلف همبستگی بین دو مجموعه متغیر را آشکار می‌کند [2] (اندرسون، ۲۰۰۳).

۲. ۲. مفاهیم اصلی تحلیل همبستگی کانونی

۲. ۲. ۱. متغیرهای کانونی

ترکیب‌هایی خطی هستند که نمایندهٔ جمع بهینه‌شدهٔ دو یا چنـد متغیـر هـستند. متغیرهـای کـانونی یک نوع از متغیرهای پنهان هستند.

۲. ۲. ۲. ضریب همبستگی کانونی[3]

میزان همبستگی کلی بین دو ترکیب خطی از متغیرهـای مـستقل و وابـسته را نـشان مـی‌دهـد؛ بـه عبارتی ضریب همبستگی بین دو متغیر کانونی را نـشان مـی‌دهـد (هـایر و دیگـران، ۱۹۹۸). مجمـوع مجذورات کلیهٔ ضرایب همبستگی کانونی، همبستگی کانونی ادغام‌شده[4] نامیده می‌شود و نشان می‌دهـد

1. Discriminant analysis

۲. برای مطالعهٔ بیشتر رجوع شود به:

Levine, M.S. 1977. Canonical analysis and factor comparisons. Sage University papers on Quantitative Applications in the Serial Sciences 07-006.Sage Publications, Beverly Hills.

3. Canonical Correlation Coefficient

4. Pooled canonical correlation

که یک مجموعه از متغیرها چه میزان از تغییرات مجموعه متغیرهای دیگر را تبیین یا پیشگویی می‌کند (واریانس مشترک) (شری، ۲۰۰۵: ٤٠).

۲. ۲. ۳. تابع کانونی[1]

همبستگی یا ارتباط بین دو ترکیب خطی است، که یکی از این ترکیب‌های خطی، از دستهٔ متغیرهای مستقل و دیگری از دستهٔ متغیرهای وابسته حاصل شده است. در هر تابع همبستگی کانونی دو متغیر کانونی وجود دارد. یک متغیر کانونی حاصل ترکیب خطی بهینه از متغیرهای وابسته و دیگری ترکیب خطی بهینه از متغیرهای مستقل است که متغیر کانونی کوواریت[2] نیز نامیده می‌شود (تک،۱۹۹٦: ۳۳٦، اندرسون، ۲۰۰۳، گارسون ، ۲۰۰۸).

۲. ۲. ٤. وزن‌های کانونی[3]

این مقدار تعیین‌کنندهٔ اهمیت نسبی سهم هر یک از متغیرهای اصلی در ضرایب همبستگی کانونی است. این وزن‌ها مشابه وزن بتاها در تحلیل رگرسیون تفسیر می‌شوند. نسبت وزن هر یک از متغیرها با کنترل سهم متغیرهای دیگر محاسبه می‌شود. یک وزن کانونی برای هریک از متغیرهای اصلی در هر مجموعه‌ای محاسبه می‌شود، بنابراین اگر مجموعهٔ وابسته شامل ۵ متغیر اصلی باشد و ۳ تابع کانونی(همبستگی کانونی) استخراج شده باشد، در کل ۱۵ وزن کانونی محاسبه خواهد شد (تک، ۱۹۹٦: ۳۳۵).

۲. ۲. ۵. بارهای کانونی[4]

همبستگی سادهٔ خطی میان متغیرهای اصلی و متغیرهای کانونی متناظر آن‌ها است که همبستگی‌های ساختاری[5] نیز نامیده می‌شوند. این‌ها را می‌توان به عنوان فاکتورهای بارگذاری نام برد. درواقع، متغیرهای کانونی استخراج‌شده از هر دسته؛ همانند عوامل یا متغیرهای پنهان در تحلیل عاملی هستند. هر یک از متغیرهای اصلی در هر دسته بر روی متغیر کانونی استخراج‌شده از همان دسته، دارای بار کانونی است. جدول مربوط به بارهای کانونی را گاهی ساختار عاملی[6] نیز می‌نامند. مجذور

1. Canonical Function
2. covariate canonical variable
3. Weight Canonical
4. Canonical Loading
5. Canonical Structure Correlation
6. Factor structure

بارهای کانونی، قدرت متغیرهای کانونی برای تبیین متغیرهای اصلی را نشان می‌دهد. بنابراین در مجموع برای بارهای کانونی ۳ نوع کاربرد ذکر شده است:

۱. با توجه به مقدار بارهای متغیرهای اصلی بر روی هر یک از متغیرهای کانونی می‌توان متغیرهای کانونی استخراج‌شده را نام‌گذاری و تفسیرکرد (دقیقاً مانند تحلیل عاملی، در این‌جا نیز متغیری که بار بیشتری بر متغیر کانونی دارد، سهم بیشتری در نام‌گذاری خواهد داشت) و در نهایت، می‌توان متوجه شد کدام یک از ابعاد مجموعهٔ متغیر مستقل ارتباط بیشتری با ابعاد متغیرهای وابسته دارند. یک قاعدهٔ کلی در این زمینه وجود دارد که هر متغیری که بار آن بیش از ۰/۳ است در تفسیر و نام‌گذاری متغیر کانونی دخیل خواهد بود و اگر کمتر باشد، خیر (گارسون، ۲۰۰۸).

۲. اگر مقدار بار کانونی را به توان ۲ برسانیم (مجذور بار کانونی)، میزان واریانس متغیر اصلی که توسط متغیر کانونی توضیح داده شده است، به دست می‌آید.

۳. مجموع مجذورات بارهای کانونی یک دسته از متغیرها، مقدار واریانس کل یک مجموعه از متغیرها را که توسط متغیر کانونی استخراج‌شده از همان دسته توضیح داده می شود، را بیان می‌کند (گارسون، ۲۰۰۸).

۲. ۲. ٦. بارهای عاملی متقاطع[1]

بارعاملی متقاطع، نشان‌دهنده همبستگی بین متغیرمستقل یا وابسته با متغیر کانونی مخالف آن است به عنوان مثال ممکن است متغیرهای مستقل با متغیرهای کانونی وابسته دارای همبستگی باشد (گارسون، ۲۰۰۸). بارهای متقاطع کانونی جایگزین مناسبی هستند برای بارهای کانونی و وزن‌های کانونی (دایلون و گلدستین، ۱۹۸٤) که ارتباط بین هر متغیر اصلی در هر مجموعه را، با متغیر کانونی استخراج‌شده از دستهٔ دیگر، نشان می‌دهند.

۲. ۲. ۷. ریشه‌های کانونی[2]

مجذور ضریب همبستگی کانونی است که در واقع بیانگر تمام ابعاد متعامد موجود در هر دسته از متغیرهاست. از ریشه‌های کانونی جهت ارزیابی این‌که تا چه حد می‌توان یکی از مجموعه متغیرها را

1. Canonical Cross-Loadings
2. Canonical roots

پیش‌بینی کرد، استفاده می‌شود. ریشه‌های کانونی در واقع، تخمینی از مقدار واریانس مشترک بین دو متغیر کانونی هستند. مجذور ضریب همبستگی کانونی، مقدار ویژه نیز نامیده می‌شود [1] (هایر و دیگران، ۱۹۹٦؛ گارسون، ۲۰۰۸).

۲. ۲. ۸. شاخص افزونگی [2]

این شاخص مقداری از کل واریانس متغیرهای اصلی در هر مجموعه است که توسط یکی از متغیرهای کانونی استخراج‌شده از دستهٔ دیگر، تبیین می‌شود. در هر تابع کانونی می‌توان این شاخص را هم برای متغیرهای مستقل و هم برای متغیرهای وابسته تعریف کرد؛ برای مثال شاخص افزونگی در متغیر وابسته، مقداری از واریانس متغیر وابسته را نشان می‌دهد که توسط متغیر کانونی مستقل توضیح داده شده است (شری، ۲۰۰۵: ٤۰). نکتهٔ قابل توجه دربارهٔ شاخص افزونگی این است که هر چند ریشه‌های کانونی یا همان مجذور همبستگی‌های کانونی، میزانی از واریانس تابع کانونی استخراج‌شده از مجموعه متغیرهای متناظر را نشان می‌دهد، بااین‌حال نمی‌توان این شاخص را به راحتی به‌عنوان تبیین‌گر واریانس موجود در متغیرهای وابسته قلمداد کرد؛ چرا که ریشه‌های کانونی نشان‌دهندهٔ میزان واریانس تبیین‌شده، تابع کانونی استخراج‌شده از مجموعه متغیرهای مستقل یا وابسته هستند نه میزان واریانس متغیرهای اصلی در هر مجموعه (مارک و پترسون، ۱۹۷۲). این مسأله وقتی آشکارتر می‌شود که بدانیم توابع کانونی استخراج‌شده، نمایندهٔ کاملی برای همهٔ واریانس موجود در متغیرهای اصلی در هر مجموعه نیستند. شاخص افزونگی، آماره‌ای است که این مشکل را مرتفع می‌سازد؛ چرا که این شاخص نه از مجذور همبستگی بین توابع کانونی؛ بلکه از مجموع مجذور همبستگی‌های بین متغیرهای اصلی یک مجموعه با متغیر کانونی مجموعهٔ متناظر حاصل شده است (داگلاس و لاو، ۱۹٦۸).

۲. ۲. ۹. مجموع ضرایب افزونگی [3]

این شاخص حاصل جمع مقداری از کل واریانس موجود در یک مجموعه از متغیرهاست که توسط همهٔ متغیرهای کانونی استخراج‌شده از همان مجموعه از متغیرها تبیین می‌شود (داگلاس و لاو، ۱۹٦۸: ۳٤).

1. Eigenvalue
2. Redundancy index
3. Pooled redundancy coefficient

۲. ۲. ۱۰. آزمون‌های معناداری

برای بررسی معناداربودن روابط کانونی استخراج‌شده (روابط میان زوج متغیرهـای کـانونی)، چهـار نوع آزمون معناداری محاسبه می‌شود که هر یک در ادامه توضیح داده می‌شود:

۱- اثر پیلایی: اثر پیلایی از مجموع مجذورات همبستگی‌های کانونی حاصل می‌شود:

$$V = \sum_{i=1}^{s} r_i^2$$

۲-اثر هتلینگ: بسیار شبیه اثر پیلایی است و روش محاسبهٔ آن چنین است :

$$U = \sum_{i=1}^{s} \frac{r_i^2}{1 - r_i^2}$$

۳-لامبدای ویلکز که توسط بارتلت پیشنهاد شـده اسـت، معنـاداری اولـین همبـستگی کـانونی را آزمون می‌کند، اگر کمتر از ۰/۵ باشد به این معناسـت کـه ارتبـاط معنـاداری بـین دو دسـته از متغیرهـا وجود دارد. درجهٔ آزادی در این آزمون برابر است با P*Q، P برابر اسـت بـا تعـداد متغیرهـا در دسـتهٔ اول و Q برابر است با تعداد متغیرها در دستهٔ دوم. ایـن آمـاره معنـاداری اولـین همبـستگی کـانونی را آزمون می‌کند نه لزوماً همبستگی‌های بعدی را[1]. به همین دلیل به آن آزمون تشخیصی بزرگترین ریـشه نیز می‌گویند (گارسون، ۲۰۰۸). روش محاسبه مقدار آن نیز به شکل زیر است:

$$\lambda = \prod_{i=1}^{s} [(1 - r^2)_i)$$

٤-آمارهٔ رویز: این آماره بر اساس بزرگترین ریشه محاسبه می‌شود:

بزرگترین ریشه-۱ / بزرگترین مقدار ویژه[2]

---

۱. برای تشخیص معناداربودن سایر همبستگی‌های کانونی باید به جدول تحلیل کاهش بعد (Dimension reduction analysis) در خروجی نرم‌افزار Spss مراجعه شود. در این جدول معناداری سایر ریشه‌های کانونی با توجه به آمارهٔ لامبدا و توزیع فیشر مشخص می‌شود. شایان ذکر است در صورتی‌که اولین همبستگی کانونی معنادار نباشد هیچ همبستگی کانونی دیگر معنادار نخواهد بود.

۲. مقادیر ویژه، نسبتی از واریانس موجود در متغیر کانونی هستند که توسط همبستگی کانونی مربوطه تبیین می‌شوند.

دربارهٔ این‌که کدام‌یک از چهار آزمون متداول بهترین هستند، توافق وجود ندارد و به نظر می‌رسد، هیچ یک از آن‌ها در مقایسه با دیگری توانمندترین یا مقاوم‌ترین نیست. مقایسهٔ توان‌های این چهار آزمون نشان می‌دهد که اگر واریانس مجموع متغیرهای وابسته در یک ارزش ویژهٔ واحد (در ترکیب خطی واحد) متمرکز شود، مقادیر لامبدای ویلکز، اثر پیلایی و اثر هتلینگ تقریباً توانمندی[1] یکسانی دارند. ملاک اساسی‌تر برای انتخاب مشخصهٔ آزمون، میزان مقاوم‌بودن آزمون تقریبی F در برابر تخطی از مفروضه‌های اساسی کاربرد آن است. برای آن‌که آزمون F معتبر تلقی شود، فرض می‌شود که: ۱- گروه نمونه به گونه‌ای تصادفی از جامعهٔ مورد مطالعه انتخاب شده است. ۲- مشاهده‌ها مستقل از یکدیگرند. ۳- مشاهده‌ها از توزیع چند متغیری نرمال پیروی می‌کنند. ٤- گروه‌های هر عامل دارای ماتریس‌های واریانس- کوواریانس درون گروهی مشترک هستند (تک، ۱۹۹٦: ۳۳۸؛ هایر و دیگران، ۱۹۹۸: ۸).

۳. منطق بنیادی همبستگی کانونی

برای روشن‌شدن روند این تکنیک فرض کنید مجموعه متغیرهای پیش‌بینی‌کننده، شامل P متغیر و مجموعه متغیرهای وابسته، شامل q متغیر باشد، متغیرهای X در بین خود دارای همبستگی متقابل هستند و متغیرهای Y نیز در داخل خود همبستگی دارند و همچنین میان متغیرهای X و Y نیز به صورت دوبه‌دو همبستگی وجود دارد و این همان نقطهٔ تفاوت میان این روش و روش‌های اقتصادسنجی و رگرسیون است؛ زیرا در اقتصادسنجی، متغیرهای پیش‌بینی‌کننده باید از هم مستقل باشند در صورتی‌که می‌دانیم در دنیای واقع، در عمل چنین چیزی کمتر وجود دارد (کلانتری، ۱۳۸۲).

در این‌جا برای بیان مفهوم اصلی همبستگی کانونی، از پژوهشی که توسط هتلینگ (۱۹۳٦) انجام شده و روش همبستگی کانونی در آن به‌کارگرفته شده، استفاده می‌شود. این پژوهش دربرگیرندهٔ نتایج آزمون‌های سرعت خواندن (x_1)، قدرت خواندن (x_2)، سرعت محاسبه (y_1) و قدرت محاسبه (y_2) است که بر روی ۱٤۰ دانش‌آموز کلاس هفتم صورت گرفته است. سؤال مورد نظر این بود که آیا توانایی خواندن (که توسط x_1 و x_2 اندازه‌گیری می‌شود) با توانایی محاسبه (که توسط y_1 و y_2

1. Robustness

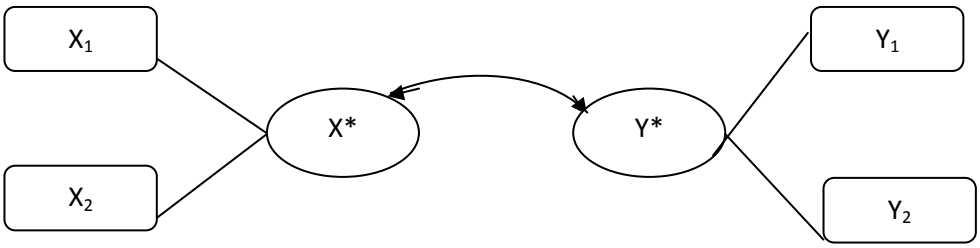
اندازه‌گیری می‌شود) همبستگی دارد یا نـه؟ روش پاسـخ بـه ایـن پرسـش توسـط تحلیـل همبـستگی کانونی، عبارت است از پیداکردن ترکیب خطی X_1 و X_2؛ یعنی:

$$X^*= U=a_1x_1+a_2x_2$$

و نیز ترکیب خطی Y_1وY_2؛ یعنی:

$$Y^*= V= b_1y_1+b_2y_2$$

این ترکیبات خطی طوری انتخاب می‌شوند کـه همبـستگی بـین U و V بـه حـداکثر مقـدار ممکن برسد. همان‌طور که گفته شد؛ این ایده تا حدودی به تجزیهٔ مولفه‌های اصلی مـشابه اسـت، با این تفاوت که در این‌جا همبستگی به جای واریانس، به حداکثر مقدار خود رساندهمی‌شود.



شکل ۱- ساختار منطقی تکنیک تحلیل همبستگی کانونی

بعد از استانداردکردن متغیرهای Y_2, Y_1, X_2, X_1 به‌منظـور دسـتیابی بـه واریـانس یـک، هتلینـگ بهترین حالت برایUوVرا به شرح زیر به دست آورد:

$$U=-2/78X_1+2/27X_2 \quad , \quad V=-2/44Y_1+1/00Y_2$$

در این حالت ضریب همبستگی بین Uو V ، ۰/۶۲ است. می‌توان مشاهده کـرد کـه U تفـاوت بـین قدرت خواندن و سرعت خواندن و Vتفاوت بین قدرت محاسبه و سرعت محاسبه را برآورد می‌کنـد، بنابراین به نظرمی رسد که دانش آموزانی که بین x_1وx_2 (سـرعت و دقـت خوانـدن) تفـاوت زیـادی وجود دارد، دارای تفاوت زیادی بین Y_1و Y_2 نیز هـستند، در نتیجـه ایـن جنبـه از خوانـدن و محاسـبه بیشترین همبستگی را نشان می‌دهد.

یادآور می‌شود که در تجزیه (آنالیز) رگرسیون چندگانه، یک متغیـر،Y، بـا دو یـا چنـد متغیـر $X_1, X_2 ... X_p$ در ارتباط است؛ زیرا هدف از این تجزیه، بررسـی نحـوهٔ ارتباطـاتY بـا متغیرهـایX

است. از این نقطه‌نظر همبستگی کانونی حالت تعمیم‌یافته رگرسیون چندگانه است که درآن چندین متغیر Y به‌طور همزمان با چندین متغیر X ارتباط داده می‌شوند.

در عمل، از مجموعه‌ای از داده‌ها، بیشتر از یک جفت متغیر کانونی قابل محاسبه است. اگر تعداد p متغیر X_1 ،X_2...X_p و تعداد q متغیر Y_1،Y_2،.... Y_q وجود داشته باشد، در این صورت می‌توان حداقل، p یا q جفت متغیر کانونی داشت؛ یعنی می‌توان روابط زیر را برقرار کرد:

$$U_1=a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1p}x_p$$
$$U_2=a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2p}x_p$$
$$U_r=a_{r1}x_1+a_{r2}x_2+\dots+a_{rp}x_p$$
$$V_1=b_{11}y_1+b_{12}y_2+\dots+b_{1q}y_q$$
$$V_2=b_{21}y_1+b_{22}y_2+\dots+b_{2q}y_q$$
$$V_r=b_{r1}y_1+b_{22}y_2+\dots+b_{rq}y_q$$

در این معادلات r حداقل مقدار p و q است. این معادلات طوری انتخاب می‌شوند که از طرفی همبستگی بین U_1 و V_1 حداکثر باشد و ازطرف دیگر U_2 و V_2 با U_1 و V_1 همبستگی نداشته باشند و تا آخر. پس هر یک از این جفت متغیرهای کانونی (V_1,U_1)، (V_2,U_2) و (V_r,U_r) بعد مستقلی از رابطهٔ بین دو مجموعه از متغیرهای ($x_1,x_2...x_p$ و $y_1,y_2...y_p$) را نشان می‌دهند. اولین جفت (U_1,V_1) بالاترین همبستگی ممکن را دارا بوده و به‌عنوان مهم‌ترین معادلات به‌شمار می‌آیند. دومین جفت (U_2,V_2) بیشترین همبستگی را بعد از جفت اول (U_1 , V_1) نشان می‌دهند. در نتیجه در درجهٔ دوم اهمیت قرار دارند و الی آخر (منلی، ۱۳۹۰). شایان ذکر است همبستگی کانونی ادغام‌شده[1]- مجموع مجذورات کلیهٔ ضرایب همبستگی کانونی است که نشان می‌دهد، یک مجموعه از متغیرها چه میزان از تغییرات مجموعه متغیرهای دیگر را تبیین یا پیشگویی می‌کند (کلانتری، ۱۳۸۲). نکتهٔ دیگر این‌که در تحلیل همبستگی کانونی رابطهٔ متغیرها درون هر یک از مجموعه‌ها از طریق محاسبهٔ وزن‌های کانونی کنترل می‌شود؛ یعنی در مجموعه‌های X و Y رابطهٔ هر متغیر با متغیر دیگر کنترل می‌شود. این کار مانع بروز مسألهٔ هم‌خطی چندگانه می‌شود (فرنر و لارکر، ۱۹۸۱: ۳۲).

1. pooled canonical correlation

٤. ملاحظات داده‌ای در تحلیل همبستگی کانونی

تحلیل همبستگی کانونی، عضوی از خانوادهٔ تحلیل‌های چندمتغیره است و ضروری است ملاحظات داده‌ای لازم برای تحلیل‌های چندمتغیره در این‌جا نیز رعایت شود. برخی ملاحظات ضروری برای کاربرد تحلیل همبستگی کانونی عبارت‌اند از:

- سطح اندازه‌گیری داده‌ها باید کمی (فاصله‌ای یا نسبی) باشد. البته فومل و لارکر (۱۹۸۱) معتقدند که تکنیک همبستگی کانونی این قابلیت را دارد که متغیرهای رتبه‌ای را نیز وارد تحلیل کند. این قابلیت زمانی کاربرد دارد که داده‌ها آمیزه‌ای از مشخصه‌های کمّی و کیفی باشند. در این صورت هر مشخصهٔ کمّی به صورت یک متغیر و هر مشخصهٔ کیفی، بر فرض با g صفت کیفی، g-۱ متغیر دومقوله‌ای، با مقادیر ظاهری صفر و یک، شناخته می‌شوند؛ علاوه بر این هایر (۱۹۹٦) می‌گوید که شرط نرمال‌بودن متغیرهای مستقل و وابسته، خیلی ضروری نیست و می‌توان متغیرهای غیرنرمال را نیز وارد تحلیل کرد. البته وی معتقد است نرمال‌بودن متغیرها اجازه می‌دهد تا همبستگی بین آن‌ها به حداکثر ممکن برسد. با-این‌حال این انعطاف باعث می‌شود که این تکنیک این قابلیت را داشته باشد که داده‌هایی که کمّی نیستند را به متغیرهای تصنعی دومقوله‌ای (صفر و یک) تبدیل و وارد مدل تحلیلی کند.

- برای انجام آزمون‌های معناداری نیاز به داده‌هایی با توزیع نرمال چندمتغیره است و از آن‌جا که دستیابی به توزیع نرمال چندمتغیره [۱] مشکل است، بنابراین راحت‌ترین راه این است که داده‌ها تا جایی که امکان دارد به فرض نرمالی تک‌متغیری نزدیک شود (هایر، ۱۹۹٦: ٦).

- ارتباط بین متغیرها باید خطی باشد. شرط خطی‌بودن رابطه، هم برای ارتباط بین متغیرهای اصلی با متغیرهای کانونی و هم برای ارتباط بین متغیرهای کانونی باید رعایت شود (شری، ۲۰۰۵: ٤۰).

---

۱. توزیع نرمال چندمتغیره توزیعی است که در آن متغیرهای x1 ... xn با هم دارای تابع توزیع احتمال نرمال هستند. در حالت دومتغیره تابع توزیع احتمال به شکل زیر است:

$$g(\mathbf{y}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^p |\mathbf{\Sigma}|^{1/2}} e^{-(\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu})'\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu})/2}$$

شرط لازم برای این‌که چند متغیر دارای توزیع احتمال نرمال چندمتغیره باشند این است که همهٔ آن‌ها دارای توزیع نرمال باشند؛ ولی این شرط کافی نیست. برای اطلاعات بیشتر رجوع شود به کتاب:

Rencher.A.Alvin,(2002), Methods of Multivariate Analysis, Wiley Interscience Publication

- مجموعه متغیرهای مستقل و مجموعه متغیرهای وابسته دارای توزیع نرمال چندمتغیری باشند (شری، ۲۰۰۵: ٤٠).
- متغیرها همگن باشند؛ یعنی واریانس موجود در هر دو دسته از متغیرها، تقریباً یکسان باشند.
- حجم نمونه طوری تعیین شود که نسبت مناسبی بین تعداد متغیرها و تعداد مشاهدات برقرار شود. توضیح این‌که به خاطر قابلیت تحلیلی بالای تکنیک همبستگی کانونی، ممکن است محققان وسوسه شوند تعداد زیادی متغیر را اندازه‌گیری کنند، این در حالی است که افزایش تعداد متغیرها اغلب باعث طولانی‌شدن ابزار اندازه‌گیری و در نتیجه کاهش حجم نمونه خواهد شد و این مسأله خود باعث می‌شود که ضریب همبستگی به‌درستی برآورد نشود، همچنین اگر حجم نمونه بیش از اندازه لازم باشد، ممکن است آزمون ضریب همبستگی کانونی به اشتباه معنی‌دار شود. توصیه می‌شود به ازای هر متغیر حداقل ۱۰ مشاهده صورت گیرد تا این توازن برقرار شود (مارک و پترسون، ۱۹۷۲: ۲٤).

علاوه بر ملاحظات داده‌ای مذکور لازم است متغیرهای مورد بررسی به لحاظ نظری به دو دسته مستقل و وابسته قابل تقسیم باشند یا مفهومی که به عنوان متغیر وابسته مورد بررسی قرار می‌گیرد، متشکل از چندین بعد باشد، به‌گونه‌ای که هر یک از ابعاد آن به عنوان یک متغیر وابسته محسوب شوند. هدف از انجام تحلیل نیز یافتن روابط همبستگی باشد نه روابط علّی[۱].

۵. اهداف کاربردی همبستگی کانونی

تحلیل همبستگی کانونی سه هدف عمده را دنبال می‌کند:

۱) تعیین این‌که آیا دو مجموعه از متغیرهای مستقل و وابسته اندازه‌گیری شده، با هم رابطه دارند یا خیر. همچنین تعیین شدت و جهت این رابطه.

۲) استخراج مجموعه‌ای از وزن‌ها برای هر مجموعه از متغیرهای مستقل و وابسته، به‌طوری که از این وزن‌ها تعدادی ترکیب خطی حاصل شود که درعین‌حال حداکثر ارتباط را با ترکیب خطی

۱. رابطهٔ متغیر x و y زمانی علّی نامیده می‌شود که x علت حضور y باشد. در رابطهٔ همبستگی تغییرات x و y به هم وابسته است؛ ولی x الزاماً علت y نیست.

حاصل‌شده از متغیرهای دسته دوم داشته باشد، همچنین توابع خطی دیگری پس از اولین تابع خطی استخراج می‌شود تا واریانس توضیح‌داده‌نشدهٔ باقی‌مانده را مستقل از ترکیب خطی اول، تبیین کند.

۳) آزمون این فرض که آیا روابط مشاهده‌شده بین متغیرهای مستقل و وابسته قابلیت تعمیم به جمعیت آماری را دارد یا خیر. این هدف توسط چهار آمارهٔ معناداری (اثر هتلینگ، لامبدای ویلکس، ضریب روی و اثر پیلایی) محقق می‌شود (شری، ۲۰۰۵؛ اندرسون، ۲۰۰۳؛ کلارک، ۱۹۷۵).

٦. معرفی چند کاربرد از تحلیل همبستگی کانونی

اینک به منظور توضیح موارد کاربرد تکنیک همبستگی کانونی به طور خلاصه تعدادی از پژوهش‌های شناخته‌شده که از تکنیک مزبور برای تحلیل داده‌های خود استفاده کرده‌اند، معرفی می‌شوند:

مثال ۱: در مطالعه‌ای که توسط تعدادی از محققان روسی انجام شد، تلاش شد تا با مطالعهٔ ویژگی‌های ٤٧ کشور، صحت نظریهٔ توکویل، مبنی بر وجود رابطه بین نابرابری اقتصادی و بی‌ثباتی سیاسی، آزمون شود. پنج شاخصی که برای اندازه‌گیری نابرابری اقتصادی مورد استفاده قرار گرفته بودند، عبارت‌اند از: ۱) نحوهٔ تقسیم زمین‌های کشاورزی ۲) ضریب جینی درآمد (GINI) ۳) درصد کشاورزانی که به صورت مزدبگیر روی زمین‌های کشاورزی کار می‌کنند ٤) شاخص تولید ناخالص ملی (GNP) و ٥) درصد کشاورزان، همچنین بی‌ثباتی سیاسی در کشورهای مورد بررسی نیز توسط ٤ شاخص زیر اندازه‌گیری شد ۱) میزان وقوع جنگ‌های درونی ۲) بی‌ثباتی در دموکراسی ۳) بی‌ثباتی در رهبری ٤) درصد گروه‌های مخالف درون کشور.

محققان برای تحلیل داده‌های گردآوری‌شده از ٤٧ کشور نمونه، از تکنیک همبستگی کانونی استفاده کردند. اولین ماتریس داده‌ها (r_{xx}) که مربوط به همبستگی‌های درون[1] دستهٔ متغیرهای مستقل (X ها) بودند و همچنین دومین ماتریس همبستگی (r_{yy}) که مربوط به همبستگی‌های درون دستهٔ متغیرهای وابسته (Yها) بودند، رابطهٔ متقابل متغیرها (چیزی شبیه مسألهٔ هم‌خطی چندگانه[2] در

1.Within-correlations
2. Multi collinearity

رگرسیون چندگانه) را بررسی می‌کنند. پیش‌فرض تکنیک همبستگی کانونی این است کـه ایـن روابـط از نوع خطی هستند.

سومین ماتریس همبستگی (r_{xy}) مربوط به همبـستگی‌هـای بـین متغیرهـای مـستقل و متغیرهـای وابسته است که به آن همبستگی‌های بین متغیری[1] می‌گویند و ماننـد همبـستگی پیرسـون تفـسیر مـی-شوند.

جدول ۱- ماتریس همبستگی بین متغیرهای دستهٔ اول و دوم

مأخذ: (تک، ۱۹۹۶)

Correlation between set-1 andset-2				
	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}
x_2	r_{21}	r_{22}	r_{23}	r_{24}
x_3	r_{31}	r_{32}	r_{33}	r_{34}
x_4	r_{41}	r_{42}	r_{43}	r_{44}
x_5	r_{51}	r_{52}	r_{53}	r_{54}

در این بررسی از هر دسته دو متغیر کانونی که دو زوج کانونی را تشکیل می‌دهند، استخراج شـدند که عبارت‌اند از: (x^*_2,y^*_2) و (x^*_1,y^*_1)

هر یک از این متغیرهای کانونی، حکم عوامل پنهانی را دارند کـه در تحلیـل عـاملی، از متغیرهـای مشاهده‌شده استخراج می‌شوند. همبستگی‌هـای بـین متغیرهـای اصـلی در هـر مجموعـه و متغیرهـای کانونی استخراج‌شده نیز همانند بارهای عاملی، در تحلیل عـاملی تفـسیر مـی‌شـوند و بارهـای کـانونی نامیده می‌شوند. ماتریس شمارهٔ ۲ به ضرایب همبستگی بین متغیرهای اصلی در هر دو مجموعـه و هـر یک از متغیرهای کانونی استخراج‌شده، مربوط است. این ضرایب را همبستگی‌های ساختاری نیـز مـی-نامند.

1. Between-correlation

جدول ۲- ماتریس همبستگی بین متغیرهای اصلی و متغیرهای کانونی

مأخذ: (تک، ۱۹۹۶)

Factor structure, for set-2			Factor structure for set-2		
	x_1^*	x_2^*		y_1^*	y_2^*
x_1	$R_{x1}x_1^*$	$R_{x1}x_2^*$	y_1	$R_{y1}y_1^*$	$R_{y1}y_2^*$
x_2	$R_{x2}x_1^*$	$R_{x2}x_2^*$	y_2	$R_{y2}y_1^*$	$R_{y2}y_2^*$
x_3	$R_{x3}x_1^*$	$R_{x3}x_2^*$	y_3	$R_{y3}y_1^*$	$R_{y3}y_2^*$
x_4	$R_{x4}x_1^*$	$R_{x4}x_2^*$	y_4	$R_{y4}y_1^*$	$R_{y4}y_2^*$
x_5	$R_{x5}x_1^*$	$R_{x5}x_2^*$			

درنهایت در این تحقیق محققان به دو ترکیب خطی از متغیرهای کانونی استخراج‌شده به شرح زیر دست یافته‌اند: (تک، ۱۹۹۶: ۳۳۶)

$$x^*_1 = 0.547x_1 + 0.836x_2$$
$$x^*_2 = 0.837x_1 - 0.549x_2$$
$$y^*_1 = -0.359y_1 + 1.116y_2$$
$$y^*_2 = 1.072y_1 - 0.182y_2$$

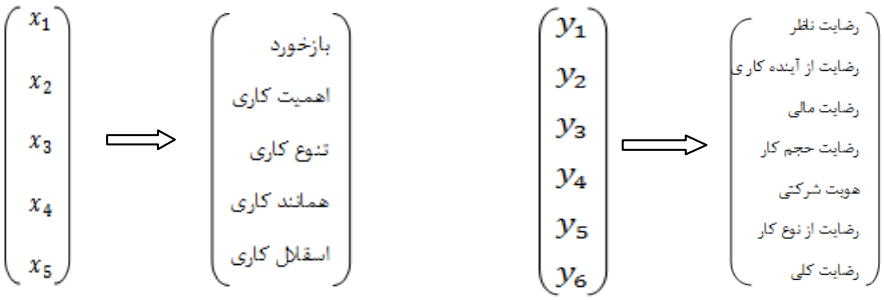
این چهار متغیر کانونی استخراج‌شده، دو زوج کانونی را تشکیل می‌دهند، بنابراین محققان در-نهایت به دو ریشهٔ کانونی رسیدند که هر یک مقداری از واریانس متغیر کانونی استخراج‌شده از مجموعه متغیرهای وابسته (متغیرهای بی‌ثباتی سیاسی) را توضیح می‌دهد. این ریشه‌ها را مقادیر ویژه نیز می‌نامند که در جدول (۳) نشان داده شده است.

جدول ۳- مقادیر ویژه و همبستگی‌های کانونی

مأخذ: (تک، ۱۹۹۶)

همبستگی کانونی	مجذور همبستگی کانونی	درصد تراکمی	درصد	مقدار ویژه	ریشهٔ کانونی
۱	۱/۵۸۷	۸٤/۲۱۵	۸٤/۲۱۵	۰/۸۷۳	۰/٦۱۳
۲	۰/۲۹۸	۱۵/۷۸۵	۱۰۰	۰/٤۷۹	۰/۲۲۹

مثال ۲ : دون هام[1] (۱۹۷۷) به بررسی اثرات ساختار سازمان‌یافته و رضایت شغلی پرداختوی در این پژوهش، تلاش می‌کند حدی را بررسی کند که در آن میزان اندازه‌های رضایت شغلی و ویژگی‌های شغلی با هم ارتباط معنادار داشته باشند. با استفاده از ابزار نمونه‌گیری دون‌هام، اندازه‌هایی از p=۵ متغیر ویژگی شغلی وq=۷ متغیر رضایت شغلی را برای n=۷۸٤ شعبه از شعبات یک شرکت کالای خرده‌فروشی بزرگ به دست آورده است. سؤال اصلی پژوهش این است که آیا اندازه‌های رضایت شغلی با ویژگی‌های شغلی ارتباط دارد؟ متغیرهای ویژگی‌های شغلی با X و متغیرهای رضایتمندی شغلی با Y، به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:



تعداد متغیرهای دستهٔ کوچک‌تر ۵ است :

$$Min(p,q)=min(5,7)=5$$

بنابراین، ۵ همبستگی کانونی، به عبارتی ۵ ترکیب خطی خواهیم داشت؛ برای مثال اولین زوج متغیر کانونی، عبارت است از:

$$U_1 = 0.42y_1 + 0.21y_2 + 0.17y_3 + 0.2y_4 + 0.44y_5$$

$$V_1 = 0.42x_1 + 0.22x_2 - 0.3x_3 + 0.1x_4 + 0.29x_5 + 0.52x_6 - 0.12x_7$$

و اولین و تنها همبستگی کانونی معنادار استخراج‌شده برابر است با: $P_1 = 0.55$

نکتهٔ قابل ذکر این است که اولین همبستگی کانونی که از اولین زوج کانونی استخراج‌شده به‌دست می‌آید، بزرگترین ضریب همبستگی بین دو دسته متغیرهاست و توان دوم آن که ریشهٔ کانونی نامیده می‌شود، بیشترین مقدار واریانس متغیرهای مستقل را توضیح می‌دهد. مجموع این ریشه‌ها که ریشه-

1. Dunham

های کانونی ادغام‌شده نامیده می‌شوند، مجموع واریانسی که توسط زوج‌های کانونی استخراج‌شده توضیح داده می‌شوند را نشان می‌دهد.

شایان ذکر است عملیات کانونی پس از رسیدن به اولین ضریب همبستگی حاصل از اولین زوج کانونی، متوقف نمی‌شود؛ بلکه زوج‌های کانونی بعدی، مستقل از زوج کانونی اول و البته با ضرایب کانونی کمتر، استخراج شده و واریانس باقی‌مانده را توضیح می‌دهند. این زوج‌ها به تعداد متغیرهای موجود در دستهٔ کوچکتر استخراج می‌شوند؛ ولی لزوماً همه آن‌ها معنادار نیستند، بنابراین با توجه به آماره‌های معناداری که توضیح داده خواهد شد، تنها همبستگی‌های کانونی‌ای تفسیر می‌شوند که معنادار باشند.

۷. تحلیل همبستگی کانونی با spss: یک مثال کاربردی

اینک بر اساس داده‌های یک تحقیق پیمایشی در مشهد [۱]، مراحل استفاده از تکنیک تحلیل همبستگی کانونی با استفاده از نرم‌افزار spss معرفی و خروجی‌های مربوط تفسیر می‌شود. در این مثال، هدف یافتن ارتباط بین دو مجموعه متغیر است: متغیر تحریک‌جویی به‌عنوان متغیر مستقل با دو بعد تنوع‌طلبی (X_1) و هیجان‌طلبی (X_2) و متغیر رفتار پرخطر رانندگی به‌عنوان متغیر وابسته با سه بعد خطا (Y_1)، لغزش(Y_2) و تخلف (Y_3). فرضیهٔ مورد بررسی این است که «با تشدید تحریک‌جویی رانندگان، رفتارهای پرخطر آن‌ها افزایش پیدا می‌کند».

در برنامهٔ SPSS، منوی مجزایی برای اجرای دستور تحلیل همبستگی کانونی وجود ندارد. برای اجرای این تحلیل دو روش وجود دارد. یک روش، افزودن منوی تحلیل همبستگی کانونی به‌عنوان یک Add-on به نرم‌افزار SPSS نصب شده است. با این کار، دستور تحلیل همبستگی کانونی به زیرمنوی correlate در منوی Analyze اضافه می‌شود. برای این کار باید از منوی Add-ons و سپس Programmability Extension وارد سایت IBM شده و بستهٔ مخصوص تحلیل همبستگی کانونی را

۱. پیمایش مذکور در سال ۱۳۹۰ با نمونه‌ای تصادفی متشکل از ۱۶۰ راننده خودرو درمشهد، توسط نگارندهٔ اول این نوشتار (یوسفی) انجام گرفته است.

دانلود کرد، سپس نرم‌افزار Python را نصب کرده و پس از انجام تنظیمات مربوط، داده‌ها را تحلیل کنیم. به‌دلیل پیچیده‌بودن این روش به‌خصوص برای کاربران غیرحرفه‌ای، ترجیح داده می‌شود که از روش ساده‌تر؛ یعنی نوشتن دستورها در Syntax در SPSS استفاده شود. دستور لازم برای اجرای تحلیل همبستگی کانونی کوتاه و مختصر است. پس از واردکردن داده‌ها در SPSS، باید یک فایل Sintax را باز کرده و دستور زیر را در آن اجرا کرد:

```
Manova x1 x2 with y1 y2 y3
/ discrim all alpha(1)
/ Print=sign(eigen dim).
```

نتایج تحلیل همبستگی کانونی بین دو مجموعه متغیر تحریک‌جویی و رفتار پرخطر رانندگی متناسب با مقاصد تحلیل در جداول ٤ تا ۷ درج شده است که در زیر به مهم‌ترین آن‌ها اشاره می‌شود[۱]. یادآوری این نکته لازم است که در هر تابع کانونی همواره دو متغیر کانونی وجود دارد که یکی به عنوان متغیر وابسته و دیگری به عنوان متغیر مستقل منظور می‌شود؛ علاوه‌براین، تکیهٔ تحلیل همبستگی کانونی بر توابعی است که بین زوج متغیرهای کانونی آن‌ها، همبستگی معناداری وجود داشته باشد[۲].

مطابق جدول ٤ همبستگی میان متغیرکانونی تحریک‌جویی و رفتار پرخطر رانندگی حدود ۰/۵۳ است. مجذور این ضریب (۰/۲۸)، حاکی از واریانس مشترک بین این دو مجموعه متغیر (ترکیب خطی) است. براین اساس با آگاهی از متغیر کانونی تحریک‌جویی، ۲۸ درصد از تغییرات متغیرکانونی رفتار پرخطر رانندگی قابل پیش‌بینی خواهد بود.

---

۱. مثال تحلیلی حاضر با اندک تغییراتی از مقالهٔ ذیل گرفته شده است:

یوسفی، علی؛ قاسمی ادکان، فاطمه؛ تقوی گرجی، حسین. (۱۳۹۱). تحلیل چندگانهٔ رفتارهای پر خطر رانندگی در شهر مشهد. *مجله جغرافیا و مخاطرات محیطی*(٤) ٦٥-۷۸.

۲. با توجه به این‌که تعداد توابع کانونی همواره برابر با تعداد متغیرهای مجموعهٔ کوچک‌تر است و چون در این‌جا مجموعهٔ کمتر، متغیرتحریک‌جویی است که خود دارای دو جزو است- لذا تنها دو تابع کانونی محتمل است که تنها یک تابع آن معنادار است. بر این اساس چون دومین زوج از متغیرهای کانونی، همبستگی معناداری با هم ندارند، در ادامه از تشریح تابع دوم کانونی، صرف نظر و جداول مربوط نیز حذف می‌شود.

جدول ٤- نتایج محاسبهٔ همبستگی کانونی تحریک‌جویی و رفتار پرخطر رانندگی (تعداد آزمودنی= ١٦٠نفر)

سطح معنی‌داری	مجذور همبستگی	همبستگی کانونی	مقادیر ویژه	شمارهٔ توابع کانونی
۰/۰۰۰	۰/۲۸	۰/۵۳	۰/٤۰۷	۱
۰/٤٤٤	۰/۰۱	۰/۱۰	۰/۰۱۰	۲

وزن‌های کانونی نشان‌دهندهٔ سهم نسبی هر یک از متغیرهای اصلی در میزان همبستگی کانونی و بارهای کانونی نیز نشان‌دهندهٔ سهم هر متغیر اصلی در تشکیل متغیر کانونی مربوط است. نتایج محاسبهٔ وزن‌ها و بارهای کانونی برای دو مجموعه متغیر رفتار پرخطر رانندگی و تحریک‌جویی مطابق جداول (٥) و (٦) محاسبه شده که در ذیل به نتایج عمدهٔ آن اشاره می‌شود:

- وزن‌های کانونی: در تابع رفتار پرخطر رانندگی، بیشترین وزن (۰/۷۱-) یا اهمیت نسبی مربوط به متغیر خطا و در تابع تحریک‌جویی مربوط به متغیر شدت هیجان در رانندگی (٦٣/-۰) است. در حالت نخست با یک واحد افزایش در خطای رانندگی، میزان همبستگی دو تابع مذکور به اندازهٔ ۷۱ صدم واحد کاهش و درحالت دوم با یک واحد افزایش در شدت هیجان رانندگی، میزان همبستگی دو تابع مذکور ٦٣ صدم واحد کاهش می-یابد. این در شرایطی است که تأثیر سایر متغیرها در مجموعهٔ مربوط، ثابت نگه داشته شود.

- بارهای کانونی: در تشکیل متغیر کانونی رفتار پرخطر رانندگی بیشترین سهم مربوط به تخلف (۰/۸۹-) و در متغیر کانونی تحریک‌جویی مربوط به هیجان‌طلبی رانندگان (۰/۹۲-) است. چنان‌چه با تأکید بر مقدار بیشتر بار کانونی در هر مجموعه، متغیر کانونی مربوط را نام‌گذاری کنیم در این صورت می‌توان متغیر کانونی رفتار پرخطر رانندگی را «رفتار پرخطر متخلفانهٔ رانندگی» و متغیر کانونی تحریک‌جویی را «تحریک‌جویی هیجان‌طلبانهٔ رانندگی» نام‌گذاری کرد.

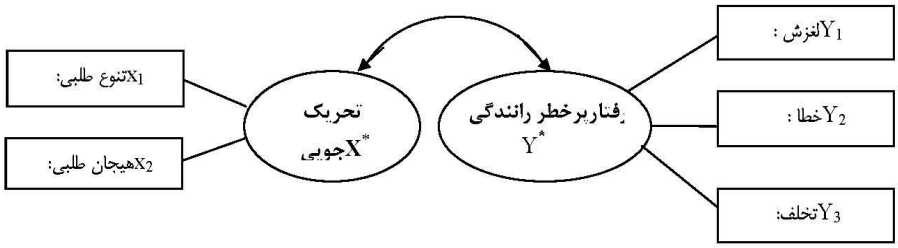
جدول ٥- وزن و بار کانونی اجزا در تابع رفتار پرخطر رانندگی (تعداد آزمودنی= ١٦٠نفر)

بارکانونی	وزن کانونی(b)	اجزای تابع
-۰/۸۰	-۰/۷۱	خطا
-۰/۸۹	-۰/٦٦	تخلف
-۰/۳٥	-۰/٤٤	لغزش

جدول ٦- وزن و بار کانونی اجزا در تابع تحریک جویی (تعداد آزمودنی= ١٦٠نفر)

اجزای تابع	وزن کانونی(a)	بارکانونی
تنوع طلبی	-۰/٤٨	-۰/٨٦
شدت هیجان	-۰/٦٣	-۰/٩٢

باتوجه به نتایج حاصل از محاسبهٔ ضریب همبستگی (ρ) میان دو متغیرکانونی تحریک‌جویی (X*) و رفتار پرخطر رانندگی (Y*) و همچنین وزن‌های کانونی (a,b) مربوط، نمودار عِلّی تجربی این دو تابع را می‌توان مطابق شکل (۲) ترسیم کرد.



شکل ۲- نمودار علّی تجربی رفتارهای پرخطر رانندگی و تحریک‌جویی

۸ نتیجه‌گیری

واردکردن همزمان چند متغیر وابسته در مدل تحلیلی، و همچنین درنظرگرفتن تمامی ابعاد متغیرها و مفاهیم مورد بررسی، در تحلیل داده‌های تحت پردازش، نقطهٔ قوت اصلی تکنیک همبستگی کانونی است. این تکنیک با فراهم‌کردن امکان تبیین هم‌زمان چند متغیر وابسته، علاوه بر کاهش میزان خطای نوع اول که از کاربرد چندین رگرسیون به صورت مجزا ناشی می‌شود، با ارایهٔ توابع خطی از هر دسته از متغیرها، تحت عنوان زوج‌های کانونی، بیشترین واریانس مشترک بین متغیرها را استخراج می‌کند.

از آن‌جایی که در تحقیقات علوم اجتماعی به‌طور غالب تمایل داریم اثر همزمان چند متغیر مستقل را بر چند متغیر وابسته بسنجیم و یا این‌که مفاهیم مورد بررسی معمولاً سازه‌هایی دارای چندین بعد هستند، تکنیک همبستگی کانونی، ابزار مفید و قدرتمندی برای بررسی این نوع روابط است. تکنیک همبستگی کانونی در اصل یک تکنیک توصیفی است که به این سؤال پاسخ می‌دهد که چه نوع ارتباطی بین دو مجموعه از متغیرها وجود دارد و قدرت و ماهیت این ارتباطات چگونه است؟ این

روش به‌خصوص زمانی‌که پژوهشگر اطلاعات ابتدایی انـدکی از متغیرهـا و روابـط آن‌هـا دارد، بـسیار مفید است. این روش از جهاتی به رگرسیون چندگانه، تحلیل تمـایزی و تحلیـل عـاملی شـباهت دارد. بااین‌حال، همانند دیگر روش‌های آماری چنـدمتغیـره، نتـایج تحلیـل همبـستگی کـانونی نیـز بایـد در معرض روش‌های اعتبارسنجی، برای کسب اطمینان از نتایج، گذاشـته شـود. مـستقیم‌تـرین روش ایـن است که دو زیرمجموعه از داده‌ها (اگـر حجـم نمونـه اجـازه مـی‌دهـد) تـشکیل شـود و هـر یـک از مجموعه‌ها به‌طور جداگانه مورد تجزیه و تحلیل همبستگی کانونی قرار بگیرد، سپس نتایج را مـی‌تـوان در توابع کانونی، بارگذاری کانونی و مانند آن مورد مقایسه قرار داد. اگر تفاوت‌هـای عمـده‌ای مـشاهده شد، محقق باید بررسی بیشتری برای اطمینان از نتایج خود انجـام دهـد (گیتینـز، ۱۹۸۵). روش دیگـر، ارزیابی حساسیت نتایج نسبت به حذف یک متغیر وابسته یا مـستقل اسـت؛ چـون همبـستگی کـانونی ضریب همبستگی را ماکزیمم می‌کند و ممکن است وزن‌های کانونی با حذف یک متغیـر تغییـر کننـد، برای اطمینان از ثبات نتایج باید ضریب همبستگی کانونی چندگانه محاسبه شود و هـر بـار یـک متغیـر وابسته یا مستقل حذف شود (هایر و دیگران، ۱۹۹۸: ١٦).

بااین‌حال، چون روش‌های تشخیصی زیادی برای این امر وجود نـدارد، بایـد بـه محـدودیت‌هـای تکنیک توجه شود که بیشترین تأثیر را بر نتایج و تفسیر می‌گذارند. محدودیت‌هـای تحلیـل همبـستگی کانونی عبارت‌اند از:

۱- همبستگی کانونی نشان‌دهندهٔ واریـانس مـشترک مجموعـه‌ای از متغیرهـایی اسـت کـه توسـط ترکیب‌های خطی استخراج شده‌اند نه همهٔ واریانس موجود در متغیرهای اصلی.

۲- وزن‌های کانونی که در محاسبهٔ توابع کانونی مشتق شده‌اند، مقدار زیادی بی‌ثباتی دارند.

۳- تفسیر متغیرهای کانونی ممکن است سخت باشد؛ چرا که آن‌ها برای به‌حـداکثررسـاندن رابطـه محاسبه شده‌اند نه برای تفسیر ابعاد پنهـان دسـته‌ای از متغیرهـا؛ماننـد تحلیـل عـاملی. ضـمن ایـن‌کـه چرخش در تحلیل همبستگی کانونی همانند تحلیـل عـاملی توسـط SPSS پـشتیبانی مـی‌شـود؛ ولـی تامپسون (۱۹۸٤) معتقد است که اگرچه این کار به ضـرایب سـاختاری و ضـرایب کـانونی سـاده‌تـری منجر می‌شود؛ ولی به‌شدت با منطق بنیادین همبستگی کانونی مبنـی بـر تفکیـک متغیرهـای مـستقل و

وابسته از یکدیگر، تناقض دارد؛ زیرا در تحلیل عاملی این تفکیک رعایت نمی‌شود و بر همین اساس عمل چرخش در آن‌جا مجاز است (گارسون، ۲۰۰۸).

در پایان یادآور می‌شود که اگرچه تحلیل همبستگی کانونی نسبت به مفروضات اولیهٔ آماری نظیر خطی‌بودن، نرمال‌بودن، هم‌واریانسی و هم‌خطی چندگانه، چندان حساسیتی ندارد؛ اما رعایت آن‌ها، تفسیر نتایج را آسان‌تر و رضایت‌بخش‌تر می‌کند.

کتاب‌نامه

۱. بی اف. جی، منلی. (۱۳۹۰). *آشنایی باروش‌های آماری چندمتغیره*. ترجمهٔ پرویز نصیری و پریسا حاج‌قربانی. تهران: نشر پیام‌رسان.

۲. بی اف.جی، منلی. (۱۳۷۳).*آشنایی با روش‌های آماری چندمتغیره*. ترجمهٔ محمد مقدم، سید ابوالقاسم محمدی شوطی و مصطفی آقایی سربزه. تبریز: انتشارات پیشتاز علم.

۳. جانسون، ریچارد آ؛ ویچرن، دین دبلیو. (۱۳۷۹). *تحلیل آماری چندمتغیرهٔ کاربردی*. ترجمهٔ حسین نیرومند. مشهد: دانشگاه فردوسی مشهد.

٤. خوش‌سیما، غلامرضا. (۱۳۸٤). «تجزیه‌وتحلیل همبستگی متعارف چابکی و عملکرد استراتژیک سازمان‌های تولیدی». *مجلّهٔ مدیریت صنعتی*. (۱۱). صص ۱۱۵-۱٤۳.

۵. رضائی، عبدالحمید؛ سلطانی، افشین. (۱۳۸۲). *مقدمه‌ای بر رگرسیون کاربردی*. اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان. مرکز نشر.

٦. ساعی، علی. (۱۳۸٦). *روش تحقیق در علوم اجتماعی (با رهیافت عقلانیت انتقادی)*. تهران: نشرسمت.

۷. سرفه، کریم؛ امینی، فاطمه. (۱۳۸۸). *اصول وروش‌های تجزیه‌وتحلیل چندمتغیره*. تهران: انتشارات دانش-پرور.

۸. سریواستاوا، کارتر. (۱۳۷۰). *آمار چندمتغیرهٔ کاربردی*. ترجمهٔ ناصرارقامی. ابوالقاسم بزرگ‌نیا. مشهد: آستان قدس رضوی. بنیاد فرهنگی رضوی.

۹. فراهانی،حجت‌الله؛ عریضی، حمیدرضا. (۱۳۸٤). *روش‌های پیشرفتهٔ پژوهش در علوم انسانی*. اصفهان: جهاددانشگاهی. واحد اصفهان.

۱۰. فرشادفر، عزت‌الله. (۱۳۸٤). *اصول روش‌های آماری چندمتغیره*. کرمانشاه: انتشارات طاق بستان دانشگاه رازی.

۱۱. کانتی ماردیا جان کنت، جان بی‌بی. (۱۳۷٦). *تحلیل چندمتغیره*. ترجمهٔ محمد مهدی طباطبایی. ویراستار: علی عمیدی. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

۱۲. کرلینجر، فرد ان؛ الازار جی، پدهازور. (۱۳٦٦). *رگرسیون چندمتغیره در پژوهش رفتاری*. مترجم: حسن سرایی. جلد دوم. تهران: انتشارات مرکز نشردانشگاهی.

۱۳. کلانتری، خلیل. (۱۳۸۲). *پردازش و تحلیل داده‌ها در تحقیقات اجتماعی اقتصادی*. تهران: نشر شریف.

۱٤. هومن، حیدرعلی. (۱۳۸۰). *تحلیل داده‌های چندمتغیری در پژوهش رفتاری*. تهران: نشر پیک فرهنگ.

۱۵. یوسفی، علی؛ قاسمی ادکان، فاطمه؛ تقوی گرجی، حسین. (۱۳۹۱). «تحلیل چندگانه رفتارهای پر خطر رانندگی در شهر مشهد». *مجلّهٔ جغرافیا و مخاطرات محیطی*. (٤). صص ٦۵–۷۸.

16. Alpert, Mark I. and Peterson, Robert A. (1972). On the Interpretation of Canonical Analysis. *Journal of Marketing Research* 9 (May). p 187
17. Anderson. T. W. (2003). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis (Wiley Series in Probability and Statistics)*. New York: Wiley InterScience
18. Bagozzi, R. P; Fornell, C. & Larcker, D. F. (1981). Canonical correlationanalysis as a special case of a structural relations model. *Multivariate Behavioral Research*. 16. Pp 437–454.
19. Bartlett, M.S. (1947). The general canonical correlation distribution. *Ann Mathematical statistics*. 18. pp 1-17.
20. Clarke, D. (1975). *Understanding canonical correlation analysis Concepts and techniques in modern geography 3*. Geo.Abstracts. Norwich: UK.
21. Constantine, A. G; James, A.T. (1958). On the general canonical correlation distribution. Division of Mathematical Statistics. G.S.I.R.O.
22. Douglas. S; Love. W. (1968). A General Canonical Correlation Index. *Psychological Bulletin*. 70. Pp 160-163.
23. Dillon, W. R., and Goldstein, M. (1984). *Multivariate Analysis: Methods and Applications*. New York: Wiley.
24. Garson, G. D. (2008). Canonical correlation. Retrieved July 4, 2009 from http://faculty.chass.ncsu.edu/garson/PA765/canonic.htm.
25. Gittins, R. (1985). *Canonical Analysis: a Review with Applications in Ecology*. Berlin: Springer-verlage.
26. Green, P. E., and Douglas Carroll, J. (1978). *Mathematical Tools for Applied Multivariate Analysis*. New York: Academic Press.

27. Hotelling, H. (1963).Relations between two sets of variables.Biometrika. 28 pp. 321-377.
28. Hardoon, R. D; Szedmak, S; Shawe-Taylor, J. (2003). *Canonical correlation analysis. An overview with application to learning methods*. London: Department of computer of London.
29. Levine, M.S. (1977). Canonical analysis and factor comparisons. *Sage University papers on Quantitative Applications in the Serial Sciences* 07-006.Sage Publications. Beverly Hills.
30. Nancy L .Leech; Karen C. Barrett; and George A. Morgan. (2005). SPSS for Intermediate Statistics: Use and Interpretation. *Lawrence Erlbaum Psychological Bulletin*. 70. Pp 160–63
31. Rencher, A. Alvin. (2002*). Methods of Multivariate Analysis*. Wiley Interscience Publication
32. Tacq, J. J. A. (1996). Multivariate analysis techniques in social science research. from problem to analysis /Jacques Tacq. Thousand Oaks,CA: SAGE Publications.
33. Thompson, B. (1985). *Canonical Correlation Analysis:Uses and Interpretations*. Sage Publications. Thousand Oaks. CA.